

ГОРЕНИЕ, ВЗРЫВ
И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

УДК 541.126

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА
И ТЯГОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНОГО
ИМПУЛЬСНОГО ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В УСЛОВИЯХ
СВЕРХЗВУКОВОГО ПОЛЕТА

© 2011 г. В. С. Иванов, С. М. Фролов*

Институт химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, Москва

*E-mail: smfrol@chph.ras.ru

Поступила в редакцию 25.06.2010

Проведены многомерные расчеты нестационарного газодинамического течения в тракте воздушно-реактивного импульсного детонационного двигателя (ИДД), работающего на газообразном пропане, и его обтекания в условиях сверхзвукового полета с числом Маха $M = 3.0$ на высоте 9.3 и 16 км. Показано, что при длине и диаметре тракта соответственно 2.12 м и 83 мм в ИДД с воздухозаборником и соплом возможен циклический рабочий процесс с частотой 48 Гц и быстрым переходом горения в детонацию на расстоянии всего 5–6 калибров камеры сгорания. Для определения тяговых характеристик ИДД в условиях полета провели расчеты нескольких рабочих циклов с учетом внешнего обтекания двигателя. Расчеты показали, что удельный импульс ИДД приблизительно составляет 1700 с. Это значение существенно выше удельного импульса, характерного для прямоточных воздушно-реактивных двигателей на обычном горении (1200–1500 с), и существенно ниже, чем значение удельного импульса, полученное для атмосферных условий на уровне моря при нулевой скорости полета (~2500 с).

Ключевые слова: переход горения в детонацию, импульсный детонационный двигатель, удельный импульс.

ВВЕДЕНИЕ

В 1940 г. Я. Б. Зельдович, рассмотрев термодинамическую эффективность разных режимов горения в прямоточных воздушно-реактивных двигателях (ПВРД), показал [1], что наибольший коэффициент превращения химической энергии топлива в полезную работу достигается при детонационном горении. Как известно, при сжигании горючей смеси одного и того же состава при одних и тех же начальных условиях минимальное значение энтропии продуктов горения достигается именно при детонации. Это означает, что при идеальном (изэнтропическом) расширении продуктов детонации в атмосферу необратимые потери будут минимальны по сравнению с другими режимами горения (например, при постоянном давлении или постоянном объеме).

Одна из возможных схем реализации детонационного горения в ПВРД — периодическое заполнение камеры сгорания горючей смесью с последующим инициированием детонации и сжиганием смеси в бегущей детонационной волне [2, 3]. Такие ПВРД, называемые импульсными детонационными двигателями (ИДД), очень привлекательны своими потенциальными тяговыми характеристиками. Оценки показывают [4, 5], что удельный импульс ИДД, работающего на водороде или на углеводо-

родном горючем, может достигать 5500 и 2500 с, соответственно, в широком диапазоне чисел Маха полета: от 0 до 4–5. Поэтому в настоящее время активно ведутся научные исследования и практические разработки таких силовых установок для летательных аппаратов.

В литературе характеристики ИДД оценивают, сильно упрощая схему рабочего процесса. При этом, как правило, течение в камере сгорания полагают одномерным или квазиодномерным, горючую смесь (в основном смесь водорода с воздухом) — предварительно перемешанной, а инициирование детонации — мгновенным. В действительности, течение в ИДД неоднородное, а процессы смешения горючего с окислителем и инициирования детонации протекают за конечное время. К тому же для прямого инициирования детонации в воздушных смесях разных горючих требуются источники большой энергии и мощности [6], что неприемлемо для летательных аппаратов. Поэтому вместо прямого инициирования детонации сильными источниками стремятся использовать слабые источники зажигания с последующим переводом горения в детонацию с помощью различных средств ускорения пламени [7]. В литературе имеется несколько публикаций (см., например [8–11]), в которых предлагаются различные методы численного моделирова-

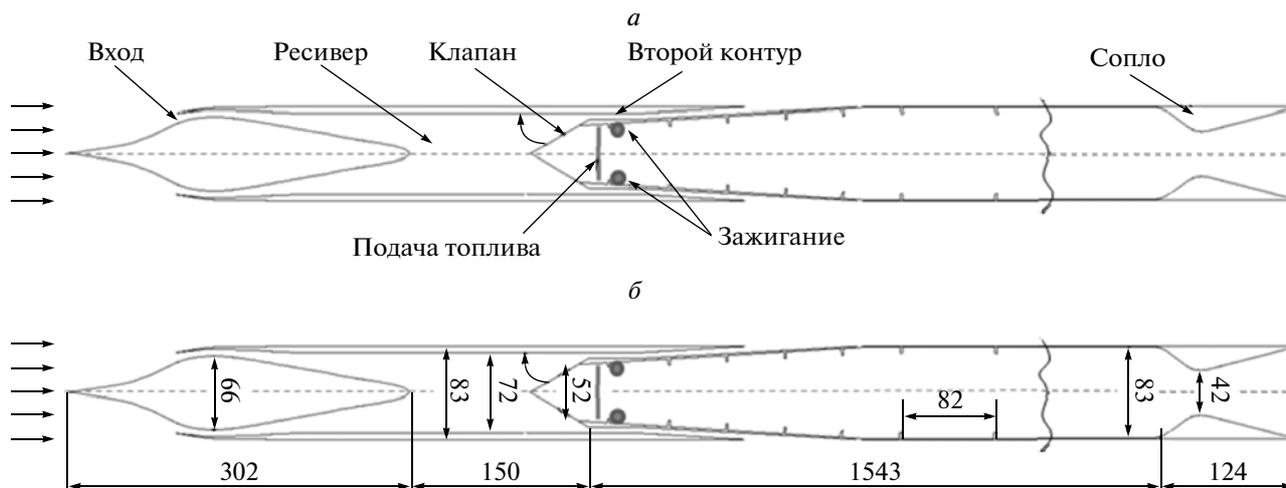


Рис. 1. Схема осесимметричного двухконтурного воздушно-реактивного ИДД в компоновке с входным устройством и соплом (а) и его основные размеры в миллиметрах (б).

ния перехода горения в детонацию (ПГД). К сожалению, для количественной оценки тяговых характеристик ИДД эти методы применять нельзя, так как в них используются модели горения, не учитывающие фундаментальные различия между режимом протекания химических реакций в турбулентном пламени и в предпламенной зоне.

В данной работе впервые ставится задача расчета тяговых характеристик перспективного воздушно-реактивного ИДД, работающего на углеводородном горючем в режиме ПГД, в компоновке с входным устройством и соплом в условиях сверхзвукового полета. Основой для многомерного математического моделирования рабочего процесса в ИДД служит разработанный авторами пакет вычислительных программ. Пакет позволяет проводить многомерное численное моделирование турбулентного горения, ПГД и детонации газовых взрывчатых смесей в каналах сложной конфигурации. Это стало возможным благодаря разработке и внедрению нового алгоритма явного выделения фронта пламени и нового алгоритма расчета объемного энерговыделения, основанного на методе частиц [12]. Пакет программ включает обширные базы данных для теплофизических свойств веществ, для скорости распространения ламинарного пламени при разных начальных температурах, давлениях и составах воздушных смесей алкановых углеводородов (от метана до нормального тетрадекана), а также базы химикокинетических данных для расчета предпламенного самовоспламенения. В отличие от других существующих методов моделирования ПГД [8–11], новый алгоритм учитывает важнейшие особенности протекания химических реакций в пламени и в объеме: в пламени реакции протекают при наличии тепловых и диффузионных потоков, а в объеме основную роль играют реакции зарождения цепей.

Отметим, что новый алгоритм уже использовался нами ранее для расчета тяговых характеристик ИДД в атмосферных условиях на уровне моря при нулевой скорости полета [12]. Показано, что удельный импульс ИДД, работающего на стехиометрической пропановоздушной смеси в режиме ПГД, оказался близким к значению ~ 2500 с.

ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 показана схема осесимметричного двухконтурного воздушно-реактивного ИДД общей длиной 2.12 м и внешним диаметром 83 мм в компоновке с входным устройством, ресивером, кольцевым обводным каналом (второй контур) и камерой сгорания (первый контур), оборудованной механическим клапаном и соплом. Двигатель, работающий на газообразном пропане, обдувается стационарным сверхзвуковым потоком воздуха с числом Маха $M = 3$ на высоте Z .

Сверхзвуковое входное устройство выполнено по схеме, предложенной в [13]. За входным устройством предусмотрен ресивер — цилиндрический объем, предназначенный для сглаживания волновых процессов, возникающих при открытии/закрытии клапана.

Камера сгорания ИДД (первый контур) представляет собой трубу, состоящую из двух секций — расширяющейся конической секции с максимальным диаметром $d = 83$ мм и цилиндрической секции такого же диаметра. Труба первого контура утоплена в трубу второго контура так, чтобы оставался кольцевой зазор для истечения воздуха из ресивера. На начальном участке в камере сгорания расположены регулярные препятствия в виде кольцевых вставок со степенью перекрытия сечения 0.3. Шаг установки препятствий в конической и цилиндрической секциях равен диаметру вставки.

дрической частях равен 50 и 82 мм соответственно. Последнее препятствие установлено на расстоянии 510 мм от источника зажигания. За этим препятствием до самого сопла находится гладкая цилиндрическая секция трубы длиной 1000 мм.

Левый конец камеры сгорания оборудован механическим клапаном. В положении, показанном на рис. 1, клапан закрыт, и весь поток воздуха, прошедшего через входное устройство и ресивер, направляется во второй контур. При открытом клапане весь поток воздуха направляется в камеру сгорания. Вследствие специфической формы входного сечения второго контура механический клапан перекрывает 73% потока, когда вход в камеру сгорания закрыт, и 48%, когда он открыт. Правый конец камеры сгорания оборудован сверхзвуковым соплом с диаметром критического сечения, равным 42 мм.

Циклический рабочий процесс ИДД включает три стадии:

На первой стадии, когда клапан открыт, камера сгорания заполняется топливно-воздушной смесью (ТВС). Горючее подается в некотором сечении камеры сгорания, расположенном перед первым кольцевым препятствием (обозначено вертикальной линией на рис. 1а). Чтобы исключить прямой контакт свежей ТВС с горячими продуктами горения предыдущего цикла, горючее подается в поток воздуха с некоторой временной задержкой по отношению к моменту открытия клапана.

Когда камера сгорания заполнена ТВС, клапан мгновенно закрывается и начинается вторая стадия рабочего процесса. Горючая смесь в камере сгорания зажигается кольцевым внешним источником в зоне обратных токов, образуемой за первым препятствием (местоположение источника зажигания показано точками на рис. 1). Возникающее пламя, распространяясь в турбулентном потоке ТВС, ускоряется и происходит ПГД. Образованная в результате ПГД детонационная волна распространяется вниз по течению и выходит через сопло в окружающую атмосферу.

Третья стадия рабочего процесса – истечение продуктов горения. Эта стадия продолжается до тех пор, пока давление на клапане со стороны камеры сгорания не уменьшится до некоторого заданного значения P_* , еще обеспечивающего положительное тяговое усилие. После достижения P_* клапан мгновенно открывается, и цикл повторяется.

Задача, которая решается в данной работе, – расчет тяговых характеристики ИДД в компоновке с входным устройством и соплом в условиях сверхзвукового полета с учетом всех физико-химических особенностей окисления и горения пропана, а также конечного времени ускорения турбулентного пламени и ПГД. Отметим, что механический клапан в рассматриваемой схеме ИДД используется лишь для упрощения анализа. В дальнейшем пла-

нируется расширить анализ на ИДД бесклапанной схемы (см., например, [13]).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Течение вязкого сжимаемого газа внутри и снаружи ИДД описывали усредненными по Рейнольдсу двумерными нестационарными уравнениями Навье–Стокса, энергии и неразрывности химических компонентов смеси [14]:

$$\rho \frac{DU_i}{Dt} = \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \quad (1)$$

$$= -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij} - \rho U_i' U_j' \right),$$

$$\rho \frac{DI}{Dt} = \rho \frac{\partial I}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial I}{\partial x_j} = \quad (2)$$

$$= \rho \dot{Q} + \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} U_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right),$$

$$\rho \frac{DY_l}{Dt} = \rho \frac{\partial Y_l}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial Y_l}{\partial x_j} = \quad (3)$$

$$= \rho \dot{r}_l + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D_l \frac{\partial Y_l}{\partial x_j} - \rho Y_l' U_j' \right),$$

где t – время, x_j ($j = 1, 2$) – координата, D/Dt – субстанциональная производная, ρ – средняя плотность, P – среднее давление, μ – коэффициент динамической вязкости, U_i – средняя скорость, U_i' – среднеквадратичная пульсационная составляющая скорости, τ_{ij} – тензор вязких напряжений, $I = H + 1/2 \sum_i U_i^2$ – средняя полная энтальпия (H – средняя статическая энтальпия), λ – коэффициент теплопроводности, T – средняя температура, Y_l ($l = 1, \dots, N$) – средняя массовая доля l -го компонента смеси (N – полное количество компонентов в смеси), D_l – коэффициент молекулярной диффузии l -го компонента смеси, Y_l' – среднеквадратичная флуктуация массовой доли l -го компонента смеси, \dot{r}_l и \dot{Q} – средние источниковые члены для вещества и энергии (например, при химических превращениях).

Турбулентные потоки вещества, количества движения и энергии в (1)–(3) моделировали с помощью стандартной k – ε -модели турбулентности, в которой $U_i' = U' = (2k/3)^{1/2}$ ($i = 1, 2, 3$). Здесь k – кинетическая энергия турбулентности, а ε – ее диссипация.

Моделирование химических источниковых членов, \dot{r}_l и \dot{Q} , при турбулентном горении и ПГД требует учета вкладов как фронтального горения (индекс

“ f ”), так и объемных предпламенных реакций (индекс “ V ”):

$$\begin{aligned}\dot{r}_i &= \dot{r}_{if} + \dot{r}_{iV}, \\ \dot{Q} &= \dot{Q}_f + \dot{Q}_V.\end{aligned}$$

Для определения \dot{r}_{if} и \dot{Q}_f использовали алгоритм явного выделения фронта (ЯВФ) пламени [7, 8]. Вклады объемных реакций, \dot{r}_{iV} и \dot{Q}_V , определяли с помощью метода частиц (МЧ) [12, 15, 16].

Систему (1)–(3), дополненную k - ε -моделью турбулентности и сопряженной моделью ЯВФ–МЧ, замыкали калорическим и термическим уравнениями состояния идеального газа с переменной теплоемкостью, а также начальными и граничными условиями. Все теплофизические параметры газа считались переменными.

Остановимся подробнее на описании модели ЯВФ–МЧ. Алгоритм ЯВФ основан на модели микроламинарного пламени и принципе суперпозиции Гюйгенса. Фронт пламени представляется набором бесконечно тонких элементарных площадок (элементов), отделяющих свежую смесь от продуктов горения. В турбулентном потоке каждый i -й элемент фронта пламени движется с локальной мгновенной скоростью \mathbf{u}_{fi} , равной сумме нормальной скорости турбулентного горения $\mathbf{u}_{ti} = \mathbf{u}_n S / S_{mi}$ и скорости течения \mathbf{u}_i : $\mathbf{u}_{fi} = \mathbf{u}_{ti} + \mathbf{u}_i$. Здесь \mathbf{u}_n – нормальная скорость ламинарного пламени, S – площадь поверхности искривленного фронта пламени, S_{mi} – площадь поверхности i -го элемента пламени, а длина вектора скорости \mathbf{u}_i определяются как $\mathbf{u}_i = \mathbf{U}_i + \mathbf{U}'_i$.

Локальную скорость турбулентного горения u_t можно определить по одной из известных моделей турбулентного пламени. Например, в модели Щелкина [17]

$$u_t \approx u_n (1 + U'^2 / u_n^2)^{1/2}, \quad (4)$$

т.е. u_t зависит от локальной скорости u_n и локальной пульсационной скорости U' . В алгоритме ЯВФ скорость ламинарного пламени u_n берется из подробных электронных таблиц как функция начальных значений температуры, давления и концентраций компонентов в смеси [18]. Такие таблицы составляются на основе решения задачи о структуре плоского ламинарного пламени с использованием либо детальных, либо полуэмпирических кинетических механизмов и содержат информацию о концентрационных пределах распространения пламени. Что касается составляющих локальной скорости течения U и U' , то они определяются из решения системы осредненных уравнений течения по специальной процедуре интерполяции.

Таким образом, алгоритм ЯВФ позволяет в каждый момент времени для любого выбранного

контрольного объема (вычислительной ячейки) определить площади поверхности всех элементов пламени, S_{mi} , и соответствующие им значения нормальной скорости турбулентного горения, u_{ti} , и, следовательно, рассчитать вклады фронтального горения \dot{r}_{if} и \dot{Q}_f в химические источниковые члены \dot{r}_i и \dot{Q} :

$$\begin{aligned}\dot{r}_{if} &= Y_i V^{-1} \sum_i S_{mi} u_{ti}, \\ \dot{Q}_f &= Q \dot{r}_{if},\end{aligned}$$

где Y_i – средняя массовая доля l -го компонента в предпламенной зоне, V – объем вычислительной ячейки, Q – тепловой эффект реакций горения в пламени, а суммирование производится по всем элементам фронта пламени в ячейке.

Одно из преимуществ алгоритма ЯВФ – возможность его использования как для расчета начальной стадии распространения фронта пламени (когда пламя ламинарное), так и для последующего ускорения пламени, когда пламя искривляется турбулентными пульсациями. Действительно, различие между используемыми моделями турбулентного и ламинарного горения гомогенных смесей газов заключается только в использовании скорости u_t вместо u_n . Кроме того, известные формулы для вычисления u_t , как правило, дают асимптотический переход от турбулентного к ламинарному режиму распространения фронта пламени в отсутствие турбулентности (когда $U' \rightarrow 0$, $u_t \rightarrow u_n$).

В алгоритме МЧ, используемом для определения вкладов объемных предпламенных реакций \dot{r}_{iV} и \dot{Q}_V в химические источники, мгновенные локальные состояния турбулентного реагирующего течения представляются в виде набора взаимодействующих (лагранжевых) частиц. Каждая i -я частица обладает индивидуальными свойствами: положением в пространстве x_k^i и тремя локальным мгновенными компонентами скорости u_k^i ($k = 1, 2, 3$), объемом V^i , плотностью ρ^i , статической энтальпией h^i , массовыми долями химических компонентов y_l^i ($l = 1, \dots, N$) и статистическим весом w^i , используемым при определении средних значений переменных по ансамблю частиц. Для каждой i -й частицы решается следующая система уравнений [12]:

$$\frac{dx_k^i}{dt} = u_k^i, \quad (5)$$

$$\frac{d(\rho^i V^i)}{dt} = \nabla J_l^i + J_{hl}^i, \quad (6)$$

$$\rho^i \frac{du_k^i}{dt} = \frac{\partial P^i}{\partial x_k} - \nabla \tau^i, \quad (7)$$

$$\rho^i \frac{dh^i}{dt} = -\nabla q^i + \rho^i \dot{Q}_V^i + \frac{\partial P^i}{\partial t} - P^i \frac{\partial u_k^i}{\partial x_k}, \quad (8)$$

где $\rho_l^i = y_l^i \rho^i$ – парциальная плотность l -го вещества в i -й частице, J_{hl}^i – изменение массовой концентрации l -го вещества за счет химических реакций, P^i – среднее давление в точке, где находится i -я частица, \dot{Q}_V^i – скорость энерговыделения за счет химических реакций в i -й частице, ∇J_l^i – диффузионный поток l -го вещества к i -й частице, $\nabla \tau^i$ – поток количества движения к i -й частице за счет молекулярной вязкости, ∇q^i – поток тепла к i -й частице.

Для определения потоковых (обменных) членов ∇J_l^i , $\nabla \tau^i$ и ∇q^i в МЧ используются классические модели линейной релаксации к среднему [15]:

$$\nabla J_l^i = -0.5C(Y_l^i - Y_l^i) \rho^i V^i \omega, \quad (9)$$

$$(\rho^i)^{-1} \nabla(P^i E - \tau^i) = -\zeta(u_k^i - U_k^i) + A(t), \quad (10)$$

$$\nabla q^i = -0.5C(H^i - H^i) \rho^i \omega, \quad (11)$$

где $C \approx 2.0$ и $\zeta \approx 2.075\omega$ – коэффициенты; Y_l^i , U_k^i и H^i – средняя массовая доля l -го компонента, средняя скорость и средняя энтальпия газа в точке, где расположена i -я частица, соответственно; $\omega = \varepsilon/k$ – частота турбулентных пульсаций; $A(t) = (C_0 \varepsilon)^{1/2} dW(t)/dt$ – случайная функция, описывающая влияние пульсаций давления и скорости на движение частицы; (здесь $C_0 \approx 2.1$, W – непрерывная случайная переменная с нормальным распределением, удовлетворяющая условиям $\overline{dW_i(t)} = 0$ и $\overline{dW_i(t)dW_j(t)} = \delta_{ij} dt$, δ_{ij} – символ Кронекера). Средние значения Y_l^i , U_k^i и H^i определяются либо интерполяцией соответствующих значений Y_l , U_k и H (полученных из решения осредненных уравнений (1)–(3)), либо осреднением по ансамблю частиц по формулам

$$Y_l^i = \sum_i w^i y_l^i, \quad U_k^i = \sum_i w^i u_k^i, \quad H^i = \sum_i w^i h^i,$$

где статистический вес i -й частицы

$$w^i = \rho^i V^i / \sum_i \rho^i V^i.$$

Поле среднего давления $P(t, x_k)$ и локальная частота турбулентных пульсаций ω , требуемые для решения системы уравнений (5)–(8) с дополнительными соотношениями (9)–(11), определяются из решения осредненных уравнений течения (1)–(3) и уравнений k - ε -модели турбулентности. Важней-

шее преимущество МЧ – возможность точного определения скоростей химических реакций в турбулентном потоке: источниковые потоки J_{hl}^i и \dot{Q}_V^i определяются по известным механизмам химических реакций на основе мгновенных значений массовых долей y_l^i ($l = 1, \dots, N$) и температуры θ^i .

Мгновенная локальная скорость изменения массовой концентрации l -го компонента в i -й частице рассчитывается по формуле

$$J_{hl}^i = V^i W_l \sum_{k=1}^L (v_{l,k}'' - v_{l,k}') A_k (\theta^i)^{n_k} \times \exp\left(-\frac{E_k}{R\theta^i}\right) \prod_{j=1}^N \left(\frac{y_j \rho^i}{W_j}\right)^{v_{j,k}},$$

где W_l – молекулярная масса l -го компонента; $v_{l,k}'$, $v_{l,k}''$ – стехиометрические коэффициенты для l -го компонента в случае, когда он является реагентом или продуктом в k -й реакции соответственно; A_k , n_k и E_k – предэкспоненциальный множитель, показатель степени при температуре и энергия активации для k -й реакции; R – газовая постоянная; L и N – полное число реакций и компонентов в химическом механизме соответственно.

Скорость энерговыделения за счет химических реакций в i -й частице рассчитывается по формуле

$$\dot{Q}_V^i = \frac{1}{\rho^i} \sum_{k=1}^L H_k A_k (\theta^i)^{n_k} \exp\left(-\frac{E_k}{R\theta^i}\right) \prod_{j=1}^N \left(\frac{y_j \rho^i}{W_j}\right)^{v_{j,k}},$$

где H_k – тепловой эффект k -й химической реакции.

Зная J_{hl}^i и \dot{Q}_V^i , можно определить вклад объемных реакций \dot{r}_{iV} и \dot{Q}_V в химические источниковые члены \dot{r}_i и \dot{Q} :

$$\dot{r}_{iV} = \sum_i w^i J_{hl}^i / \sum_i \rho^i V^i, \\ \dot{Q}_V = \sum_i w^i \dot{Q}_V^i.$$

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для численного решения задачи сопряженную модель ЯВФ–МЧ с электронными таблицами скорости ламинарного пламени и кинетическим механизмом предпламенного окисления пропана в частицах внедрили в газодинамический пакет FIRE. Осредненные уравнения течения (1)–(3), дополненные k - ε -моделью турбулентности, уравнениями состояния и сопряженной моделью ЯВФ–МЧ, а также начальными и граничными условиями решали численно методом контрольных объемов, используя последовательные приближения с коррек-

цией давления (SIMPLE-метод). Влияние твердых поверхностей на характеристики течения учитывали с помощью пристеночных функций.

В качестве горючего выбрали газообразный пропан, который часто используют как модельное углеводородное горючее для ИДД. Подачу горючего моделировали, добавляя источник массы во все расчетные ячейки в сечении, указанном на рис. 1. Источник массы подбирали таким образом, чтобы камера сгорания заполнялась стехиометрической пропановоздушной смесью. Горючую смесь зажигали на периферии камеры сгорания, как показано на рис. 1. Начальный очаг зажигания имел форму четверти круга радиусом 1 мм и мгновенно заполнялся продуктами горения стехиометрической пропановоздушной смеси с температурой 2200 К при локальном давлении в потоке.

В момент зажигания в смеси перед фронтом пламени случайным образом разбрасывались частицы, используемые в МЧ для расчета предпламенных процессов. Средняя числовая плотность частиц составляла 10 частиц на ячейку. Каждой частице приписывались индивидуальные начальные значения переменных, соответствующие интерполированным средним значениям в месте расположения частицы, за исключением скорости, которая складывалась из интерполированной средней скорости и случайной пульсационной составляющей скорости. Последнюю определяли, используя интерполированное значение кинетической энергии турбулентности и гипотезу об изотропной турбулентности, удовлетворяющей нормальному распределению плотности вероятности пульсаций скорости. Уравнения МЧ (5)–(8) решали по явной схеме с использованием генераторов случайных чисел. Количество частиц в каждом контрольном объеме поддерживалось на заданном уровне с помощью специальных процедур клонирования и кластеризации частиц, не нарушающих статистические закономерности.

Таблица 1 представляет собой фрагмент электронных таблиц скорости ламинарного пламени u_n , используемых в алгоритме ЯВФ. Таблицы построены для широкого диапазона давлений P (от 1 до 120 атм), температур T (от 293 до 900 К) и коэффициентов избытка горючего Φ (от нижнего до верхнего концентрационного предела). При известных значениях температуры, давления и коэффициента избытка горючего в смеси перед i -ым элементом фронта пламени локальную скорость u_{ni} определяли с помощью линейной интерполяции между двумя ближайшими значениями в таблице. Таблицы составлены на основе решения задачи о скорости распространения и структуре плоского ламинарного пламени с использованием пятиступенчатого глобального кинетического механизма, подробно описанного в [19]. Для полноты изложения в табл. 2–4 представлен сам кинетический механизм (табл. 2) и кинетические параметры реакции № 1 (табл. 3) и

Таблица 1. Скорость ламинарного пламени u_n в см/с в стехиометрической пропановоздушной смеси ($\Phi = 1$)

Давление, МПа	Температура, К	Скорость пламени
0.1	300	39
	450	78
	600	143
	750	247
	900	451
0.3	300	28
	450	55
	600	102
	750	178
	900	306
1.0	300	19
	450	35
	600	64
	750	112
	900	191
4.0	300	8.9
	450	19
	600	36
	750	62
	900	105
10.0	300	6.0
	450	13
	600	24
	750	41
	900	69

Таблица 2. Глобальный кинетический механизм окисления пропана [19]

№ реакции	Реакция
1	$C_3H_8 + 3.5O_2 \rightarrow 3CO + 4H_2O$
2	$CO + H_2O \rightarrow CO_2 + H_2$
3	$CO_2 + H_2 \rightarrow CO + H_2O$
4	$H_2 + H_2 + O_2 \rightarrow H_2O + H_2O$
5	$CO + CO + O_2 \rightarrow CO_2 + CO_2$

реакций № 2–5 (табл. 4) для стехиометрической пропановоздушной смеси. Отметим, что кинетические параметры эмпирического механизма (энергия активации E и предэкспоненциальный множи-

Таблица 3. Кинетические параметры реакции № 1

P, атм	A ₁ , л/моль с	
	E ₁ = 40 ккал/моль, T ≤ 775 К	E ₁ = 45 ккал/моль, T > 775 К
1	1.96 · 10 ¹²	1.73 · 10 ¹²
20	1.96 · 10 ¹²	8.77 · 10 ¹¹
40	1.96 · 10 ¹²	7.50 · 10 ¹¹
80	1.96 · 10 ¹²	6.41 · 10 ¹¹
120	1.96 · 10 ¹¹	5.85 · 10 ¹¹

Примечание: реакция № 1 рассматривается как бимолекулярная.

Таблица 4. Кинетические параметры реакций № 2–5

№ реакции	Прямая реакция			Обратная реакция		
	A, моль, л, с	n	E, ккал/моль	A, моль, л, с	n	E, ккал/моль
2, 3	1.0 · 10 ¹² /P	0	41.5	3.1 · 10 ¹³ /P	0	49.1
4	7.0 · 10 ¹³ /P ^{0.5}	0	21.0	—	—	—
5	8.5 · 10 ¹² /P ^{1.5}	0	21.0	—	—	—

Примечание: давление — в атм.

тель A) зависят от давления и состава смеси. Для реакции № 1 в расчетах u_n использовали значения E_1 и A_1 , соответствующие температуре $T > 775$ К (табл. 3).

Кинетический механизм, представленный в табл. 2, использовали и в алгоритме МЧ. При этом для моделирования объемных реакций при температуре $T < 775$ К и $T > 775$ К для реакции № 1 брали разные значения E_1 и A_1 (табл. 3). Таким образом моделировалось предпламенное двухстадийное самовоспламенение с возникновением “холодного” пламени и последующим горячим взрывом [19]. В алгоритме МЧ считалось, что самовоспламенение в i -й частице происходит, когда скорость нарастания температуры $d\theta^i/dt$ достигает значения 10^6 К/с.

При моделировании предпламенного самовоспламенения и ПГД в условиях камеры сгорания ИДД, показанной на рис. 1, принимали во внимание, что при низких температурах предыстория частиц практически не влияет на задержку самовоспламенения. Для частиц с температурой $\theta^i < 350$ К член \dot{Q}_V^i в (8) не учитывали. Этот прием позволял существенно сократить время расчета ПГД, так как количество частиц с температурой $\theta^i > 350$ К было относительно небольшим: такие частицы находились в области между фронтом пламени и бегущей впереди него ударной волной. В основном же ча-

стицы находились в свежей горючей смеси перед ударной волной и имели температуру, близкую к начальной.

На рис. 2 показано, как при расчете ПГД использовали МЧ. Следуя описанному выше приему, те частицы, которые расположены в области между фронтом пламени и ударной волной, названы на рис. 2 активными, а те, которые находятся перед ударной волной, — пассивными. Когда пассивная частица оказывается за ударной волной, она становится активной. Когда активная частица оказывается за фронтом пламени, она исчезает.

Алгоритмы ЯВФ и МЧ проверялись на тестовых задачах об ускорении пламени в гладких трубах и в трубах с препятствиями и о самовоспламенении однородной горючей смеси при повышенной начальной температуре. Результаты расчетов ускорения пламени, подробно представленные в [20], сравнивались с экспериментальными данными. Результаты расчетов самовоспламенения сравнивались с кинетическими расчетами по детальному кинетическому механизму окисления пропана и с экспериментальными данными для задержек самовоспламенения. Во всех случаях алгоритмы ЯВФ и МЧ приводили к результатам, удовлетворительно согласующимся с экспериментальными данными и с детальными кинетическими расчетами.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В данном разделе приведены результаты расчетов рабочего процесса в ИДД в условиях сверхзвукового полета с числом Маха $M = 3.0$ на высоте $Z = 9.3$ и 16 км. Параметры воздуха на высоте 9.3 км: давление $P_a = 0.29$ атм, температура $T_a = 228$ К, скорость звука $c_a = 304$ м/с. На высоте 16 км те же параметры воздуха имеют значения 0.104 атм, 217 К и 295 м/с соответственно. Для определения тяговых характеристик ИДД проводили сквозной расчет нескольких рабочих циклов с учетом внешнего обтекания двигателя. При расчете аэродинамического сопротивления учитывали как сопротивление давления, так и силу вязкого трения на всех твердых поверхностях ИДД.

Расчет течения в ИДД

Проведем подробный анализ результатов расчета на примере полета ИДД на высоте 9.3 км. В этом случае в результате торможения набегающего потока воздуха в сверхзвуковом диффузоре давление в ресивере достигает ~ 6 атм, а температура и скорость воздуха — ~ 500 К и ~ 200 м/с соответственно. На рис. 3 представлены расчетные распределения давления (изобары) в ресивере до (рис. 3а) и после (рис. 3а–з) момента закрытия клапана во втором рабочем цикле ИДД.

На рис. 3а показано распределение давления в ресивере на первой стадии рабочего цикла — при продувке камеры сгорания воздухом и ее заполнении ТВС (клапан открыт). Расчетная длительность этой стадии во втором рабочем цикле составляла 10 мс.

На рис. 3б показано распределение давления в ресивере через 0.1 мс после закрытия клапана, т.е. после начала второй стадии рабочего цикла ИДД. Видно, что закрытие клапана (мгновенное) приводит к образованию волны давления, которая распространяется в ресивере вверх по потоку и во второй контур (см. рис. 3б–г). Через время около 1 мс после закрытия клапана волна давления подходит к замыкающему скачку уплотнения в диффузоре (рис. 3д), а затем вытесняет его к входному сечению диффузора (см. рис. 3е и ж). Из сравнения рис. 3ж и з следует, что через 2 мс после закрытия клапана течение в ресивере и во втором контуре стабилизируется. Напомним, что пока клапан закрыт, в камере сгорания происходит зажигание, ускорение пламени, ПГД, распространение детонации (вторая стадия рабочего процесса), а затем продукты горения истекают через сопло в окружающую атмосферу (третья стадия рабочего цикла). В расчетах предполагали, что клапан оставался закрытым до тех пор, пока давление на клапане со стороны камеры сгорания не уменьшалось до некоторого заданного значения P_* , еще обеспечивающего положительное

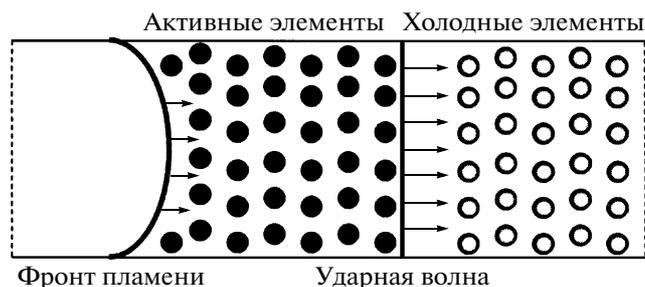


Рис. 2. Схематическое представление МЧ при расчете ПГД.

тяговое усилие. В расчетах принималось, что $P_* = 0.33$ МПа. Расчетная длительность второй и третьей стадий рабочего цикла составляла 11 мс. Таким образом, полная продолжительность второго рабочего цикла составила $\tau_{cycle} = 21$ мс, что соответствует рабочей частоте ИДД — $f = 48$ Гц.

На рис. 4 показано развитие рабочего процесса в камере сгорания. На рис. 4а показано расчетное распределение массовой доли горючего в камере сгорания через 1 мс после начала ее наполнения (клапан открыт). Видно, что вблизи контактной границы “стехиометрическая ТВС — воздух” горючая смесь разбавлена воздухом, причем у стенок камеры сгорания степень разбавления выше. Препятствия, установленные на стенках камеры, увеличивают степень разбавления смеси воздухом.

Зажигание ТВС во втором рабочем цикле происходило в момент времени 90 мс (клапан закрыт). На рис. 4б–е представлены расчетные распределения температуры в камере сгорания в различные моменты времени после зажигания смеси. Начальный период горения развивается относительно медленно (рис. 4б). Далее фронт пламени быстро ускоряется (рис. 4в), формируя перед собой волну сжатия, а затем и ударную волну (рис. 4г), которая впоследствии приводит к ПГД. Переход горения в детонацию происходит на расстоянии $L_{DDT} \approx 400$ мм от источника зажигания, т.е. $L_{DDT} \approx 4.8d$. Образованная детонационная волна сначала распространяется в секции с препятствиями, а затем — в гладкой секции камеры сгорания. На рис. 4д и е представлены расчетные распределения температуры на начальном и более позднем этапах распространения детонации. Подчеркнем, что давление и температура ТВС в камере сгорания составляли ~ 5 атм и ~ 500 К. Кроме того, течение ТВС имело высокую степень турбулентности. Эти факторы существенно улучшили условия для ПГД по сравнению с нормальными условиями, в которых обычно проводятся лабораторные эксперименты по ПГД.

В результате ПГД в камере сгорания формируется пересжатая детонационная волна, бегущая по свежей ТВС вниз по потоку с постепенным ослаблени-

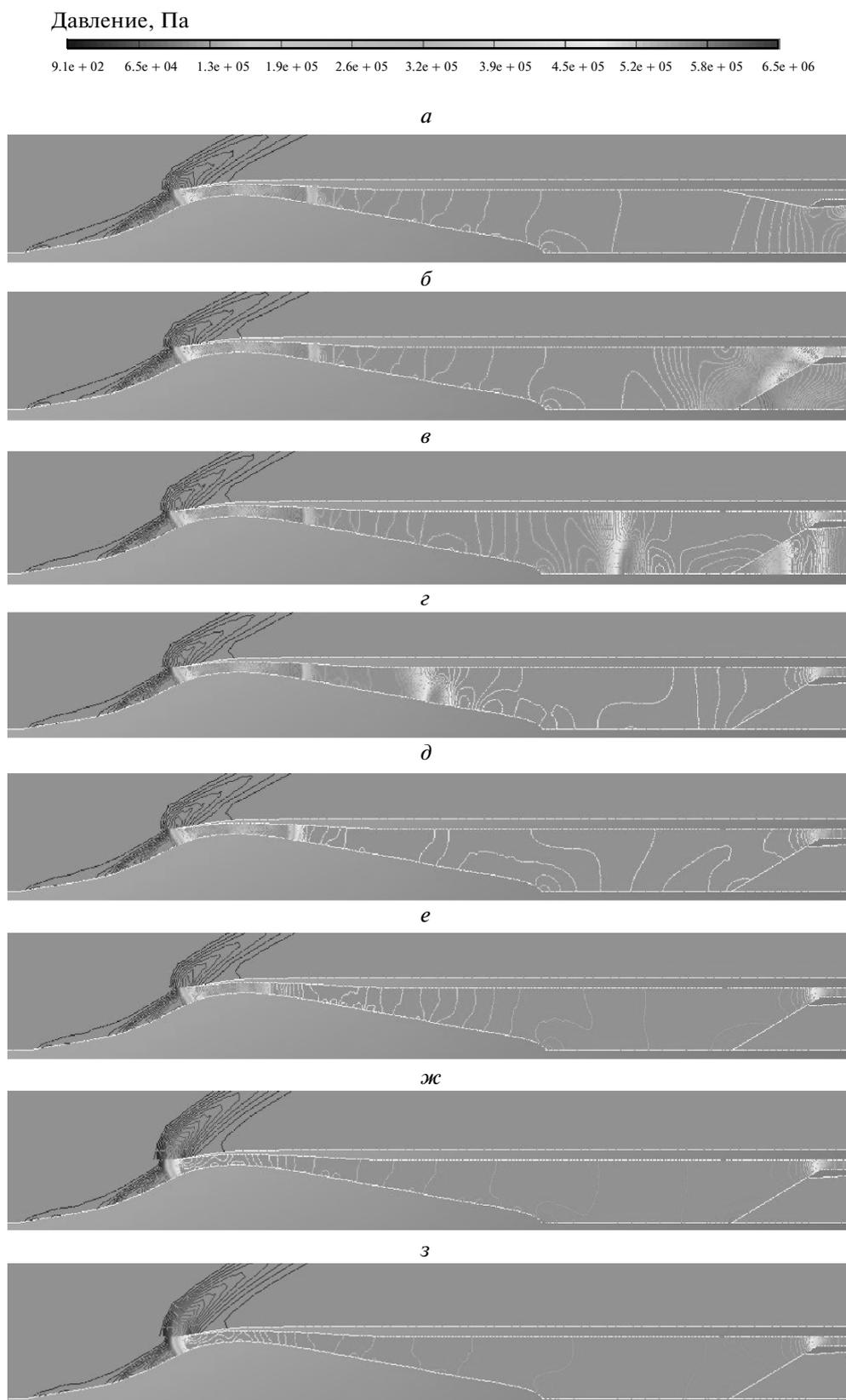


Рис. 3. Расчетные распределения давления (изобары) в ресивере ИДД до (*a*) и после (*б–з*) закрытия клапана во втором рабочем цикле: *a* – $t = 90$ мс, *б* – 90.1 мс, *в* – 90.4 мс, *г* – 90.7 мс, *д* – 91 мс, *е* – 92 мс, *ж* – 94 мс, *з* – 96 мс.

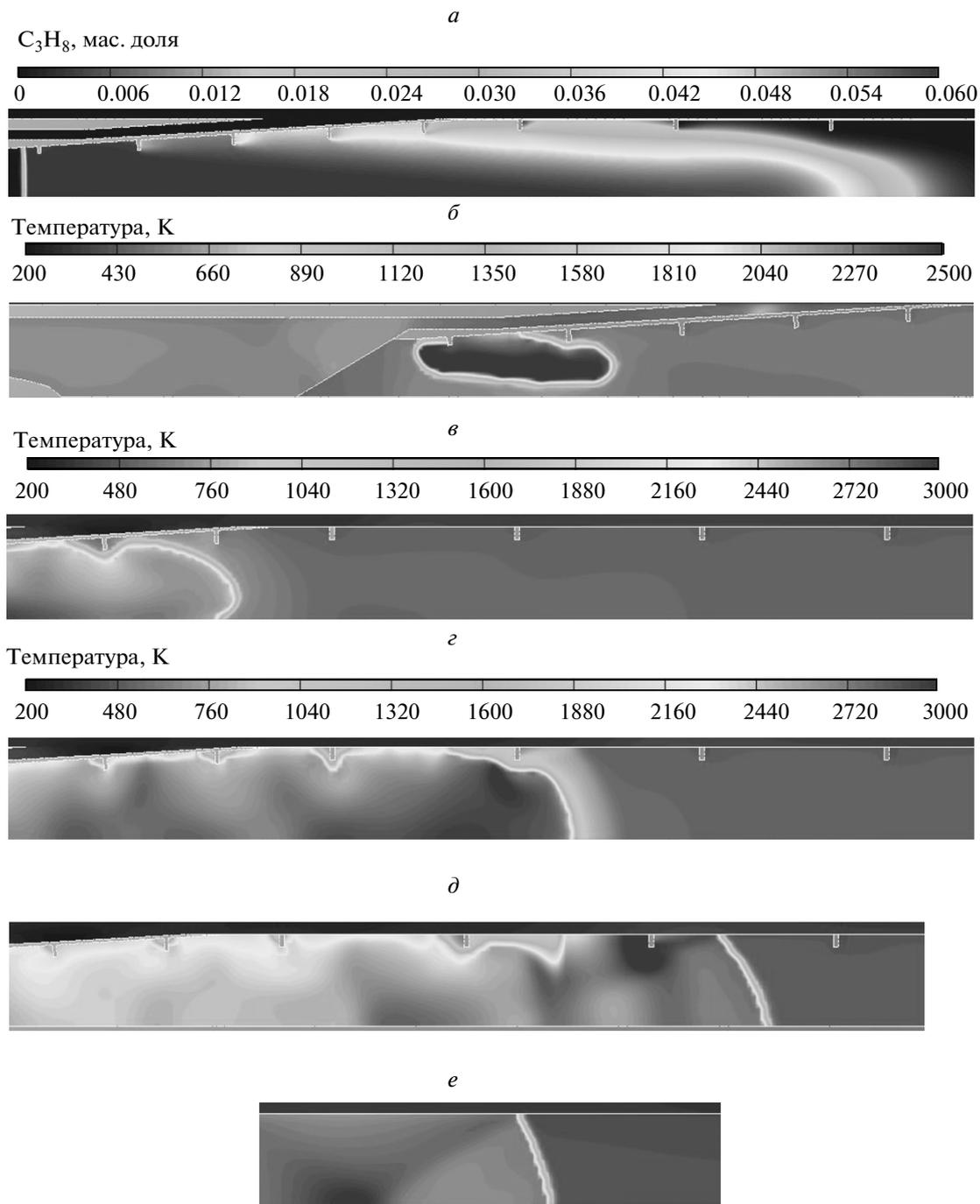


Рис. 4. Расчетные распределения массовой доли пропана при продувке камеры сгорания (*a*) и распределения температуры сразу после зажигания смеси (*б*), при ускорении фронта пламени (*в*), непосредственно перед ПГД (*г*), сразу после ПГД (*д*) и при распространении детонационной волны (*е*): *a* – $t = 82$ мс, *б* – 90.2 мс, *в* – 90.4 мс, *г* – 90.56 мс, *д* – 90.6 мс, *е* – 90.8 мс.

ем до скорости детонации Чепмена–Жуге – D_{CJ} , и волна ретонации, бегущая по продуктам горения вверх по потоку. К моменту времени 91 мс, когда детонационная волна подходит к соплу, ее скорость $D \approx 1900$ м/с. Если учесть, что детонационная волна распространяется по движущейся ТВС (скорость

движения ~ 200 м/с), а горючая смесь в окрестности сопла частично разбавлена воздухом, то полученное значение скорости хорошо согласуется с характерным значением $D_{CJ} \approx 1800$ м/с для стехиометрической пропановоздушной смеси. В момент ПГД степень пересечения детонации достигала очень боль-

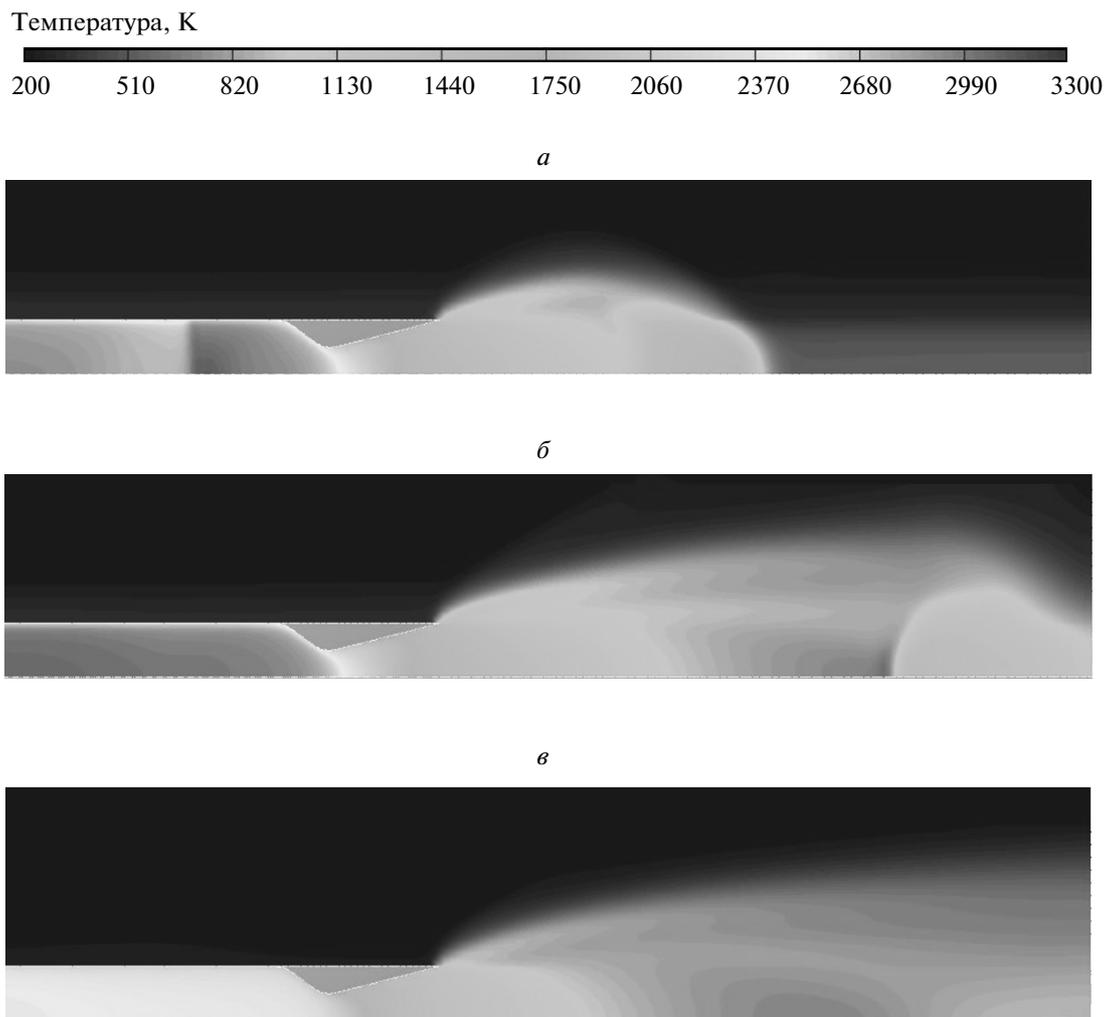


Рис. 5. Расчетные распределения температуры в различные моменты времени при истечении продуктов горения из ИДД: а – 91.2 мс, б – 91.4 мс, в – 92 мс.

шого значения: $D/D_{VJ} \approx 1.45$. Отметим, что диаметр цилиндрической части камеры сгорания ($d = 83$ мм) в рассматриваемых условиях значительно больше предельного диаметра детонации d_{lim} (при нормальных условиях предельный диаметр трубы для стехиометрической пропановоздушной смеси составляет $d_{lim} \approx 30\text{--}50$ мм).

На рис. 5 показаны расчетные распределения температуры на третьей стадии рабочего цикла – стадии истечения продуктов горения из камеры сгорания. Несмотря на то, что суживающе-расширяющееся сопло, используемое в ИДД, уменьшает тягу двигателя вследствие отражения детонационной волны от его суживающейся части, такое сопло необходимо для поддержания высоких значений давления и температуры ТВС, а также низкой скорости течения в камере сгорания и, следовательно, для обеспечения благоприятных условий для быстрого ПГД. Из рис. 5 видно, что в камере сгорания в

результате расширения происходит охлаждение продуктов горения, а сразу после начала истечения за соплом образуется диск Маха. В условиях полета с $M = 3.0$ нестационарная выхлопная струя ИДД лишь в два раза шире, чем выходное сечение сопла.

Расчет тяговых характеристик ИДД

На рис. 6 представлена расчетная временная зависимость силы, действующей на ИДД в полете в течение трех рабочих циклов. Силу считали положительной, если она действовала против направления набегающего потока. Видно, что первый цикл отличается от двух последующих циклов. Это различие связано с процедурой запуска ИДД в расчете: сначала весь тракт двигателя заполнен относительно холодным воздухом, который в процессе продувки и заполнения вытесняется нагретым воздухом и ТВС. Первый цикл отличается от второго и третьего циклов и по длительности: длительность первого

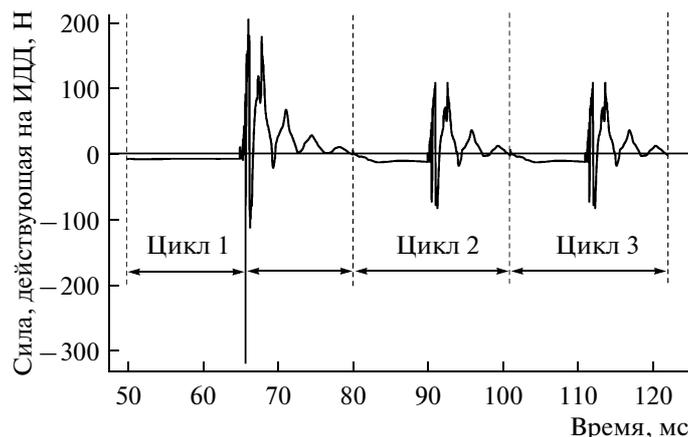


Рис. 6. Расчетная зависимость полной силы, действующей на ИДД в полете на высоте 9.3 км, от времени в течение трех рабочих циклов.

цикла составила 30 мс, а длительность второго и третьего циклов — 21 мс. Второй и третий циклы на рис. 6 практически идентичны, т.е. рабочий процесс устанавливается после второго цикла. Следовательно, тяговые характеристики ИДД можно оценивать, начиная со второго цикла рабочего процесса двигателя.

Интегрируя кривую, приведенную на рис. 6, можно рассчитать импульс силы для каждого рабочего цикла двигателя. Так, для второго (и третьего) цикла импульс силы положительный и составил $\sim 0.043 \text{ Н} \cdot \text{с}$. Учитывая, что длительность цикла $\tau_{\text{cycle}} = 21 \text{ мс}$, для средней суммарной силы F , действующей на ИДД в полете, получаем $F \approx 2.05 \text{ Н}$. Подчеркнем, что эта сила складывается из силы тяги (F_T) и силы аэродинамического сопротивления (F_R) двигателя: $F = F_T - F_R$. Поскольку сила F положительна, в рассматриваемых условиях ИДД может двигаться с ускорением.

Для определения силы тяги F_T , создаваемой ИДД, необходимо знать силу F_R его аэродинамического сопротивления в полете. Эту силу можно определить, решив ту же задачу, что и при построении рис. 6, но без зажигания ТВС (без активной стадии цикла). При этом есть два способа определить силу F_R : один — учесть, что при открытии клапана камера сгорания заполнена горячими продуктами предыдущего цикла (этот случай соответствует одному “пропуску” зажигания), другой — учесть, что при открытии клапана камера сгорания заполнена холодной ТВС (этот случай соответствует нескольким последовательным “пропускам” зажигания).

Для второго (и третьего) рабочего цикла расчетный импульс силы аэродинамического сопротивления составил $-0.17246 \text{ Н} \cdot \text{с}$ (первый способ) и $-0.19433 \text{ Н} \cdot \text{с}$ (второй способ). Учитывая, что $\tau_{\text{cycle}} = 21 \text{ мс}$, получим $F_{R,1} \approx -0.17246/0.021 = -8.21 \text{ Н}$ и

$F_{R,2} \approx -0.19433/0.021 = -9.25 \text{ Н}$, где индексы “1” и “2” соответствуют первому и второму способу оценки F_R .

Таким образом, при двух указанных способах оценки F_R сила тяги, создаваемая ИДД, составила соответственно $F_{T,1} = F + F_{R,1} \approx 2.05 + 8.21 = 10.26 \text{ Н}$ и $F_{T,2} = F + F_{R,2} \approx 2.05 + 9.25 = 11.3 \text{ Н}$.

Удельный импульс ИДД определяют по силе тяги F_T и массовому расходу горючего за один рабочий цикл, \dot{m}_f , по формуле [5]

$$I_{sp} = \frac{F_T}{\dot{m}_f g},$$

где g — ускорение силы тяжести. Учитывая, что во втором (и третьем) рабочем цикле масса пропана, поступившего в камеру сгорания, приблизительно составила $1.28 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$ и $\tau_{\text{cycle}} = 21 \text{ мс}$, получим

$$I_{sp,1} = \frac{10.26 \cdot 0.021}{1.28 \cdot 10^{-5} \cdot 9.8} \approx 1720 \text{ с} \quad (12)$$

и

$$I_{sp,2} = \frac{11.3 \cdot 0.021}{1.28 \cdot 10^{-5} \cdot 9.8} \approx 1890 \text{ с}. \quad (13)$$

С учетом погрешности вычислений приходим к выводу, что удельный импульс ИДД при полете с $M = 3.0$ на высоте $Z = 9.3 \text{ км}$ составил $I_{sp} = (1800 \pm \pm 100) \text{ с}$.

Отметим, что для первого цикла суммарная сила, действующая на ИДД, составила 8.5 Н, что значительно выше соответствующего значения для второго и третьего циклов. Это различие связано с условиями продувки и заполнения смесью камеры сгорания ИДД. Перед первым циклом ИДД продувался холодным воздухом в течение 50 мс. В результате давление в камере сгорания было приблизительно в 2 раза выше по сравнению с последующими

Таблица 5. Основные параметры и результаты расчетов для полета ИДД с числом Маха $M = 3.0$ на высоте 9.3 и 16 км

Z , км	P_a , МПа	T_a , К	τ_{cycle} , мс	f , Гц	P_* , МПа	F , Н	$F_{R,1}$, Н	$F_{R,2}$, Н	\dot{m}_f , кг/с	$I_{sp,1}$, с	$I_{sp,2}$, с
9.3	0.029	228	21	48	0.331	2.05	8.21	9.25	0.00061	1720	1890
16	0.010	216.7	21	48	0.175	0.77	4.54	4.52	0.00032	1690	1680

ми циклами, что привело к увеличению массы смеси горючего с воздухом. Так, для первого цикла масса топлива, находящегося в камере сгорания ИДД, составила $2.08 \cdot 10^{-5}$ кг. При условии, что сила сопротивления ИДД не изменяется, это привело к увеличению силы, действующей на двигатель.

Аналогичные расчеты проведены для условий полета такого же ИДД с $M = 3.0$ на высоте $Z = 16$ км. В табл. 5 для сравнения приведены основные параметры и результаты расчетов для $Z = 9.3$ и 16 км. Из табл. 5 следует, что в условиях полета на высоте 16 км $I_{sp,1} \approx I_{sp,2} \approx 1700$ с. Это значение существенно выше удельного импульса, характерного для ПВРД с обычным горением (для выбранных условий полета по разным данным – это 1200–1500 с).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены многомерные расчеты нестационарного газодинамического течения в тракте воздушно-реактивного ИДД, работающего на газообразном пропане, и его обтекания в условиях сверхзвукового полета с числом Маха $M = 3.0$ на высоте 9.3 и 16 км. Компонировка ИДД включала сверхзвуковое входное устройство, ресивер, кольцевой обводной канал и камеру сгорания, оборудованную механическим клапаном и соплом. В отличие от всех предыдущих расчетных исследований, рабочий процесс в ИДД был основан на зажигании смеси слабым источником и ПГД. Численное моделирование ПГД стало возможным благодаря разработке и внедрению нового алгоритма явного выделения фронта пламени и нового алгоритма расчета объемного энерговыделения, основанного на методе частиц. Показано, что при длине и диаметре тракта соответственно 2.12 м и 83 мм в ИДД выбранной конфигурации возможен циклический рабочий процесс с частотой 48 Гц и быстрым ПГД на расстоянии всего 5–6 калибров камеры сгорания. Такое короткое преддетонационное расстояние связано с тем, что ПГД происходит в потоке с высокой степенью турбулентности при повышенных (по сравнению с нормальными) значениях давления и температуры.

Для определения тяговых характеристик ИДД в условиях полета провели расчеты нескольких рабо-

чих циклов с учетом внешнего обтекания двигателя. При расчете аэродинамического сопротивления учитывали как сопротивление давления, так и силу вязкого трения на всех твердых поверхностях ИДД. Расчеты показали, что тяговые характеристики ИДД хорошо воспроизводились, начиная со второго цикла рабочего процесса. Средняя суммарная сила, действующая на ИДД в рассматриваемых условиях, оказалась положительной. С одной стороны, это означает, что в условиях свободного полета такой ИДД будет двигаться с ускорением. С другой стороны, это означает, что такой двигатель можно установить на летательном аппарате, дополнительное аэродинамическое сопротивление которого будет компенсировать полученную положительную суммарную силу.

Расчеты показали, что удельный импульс ИДД в условиях сверхзвукового полета с числом Маха $M = 3.0$ на высоте 9.3 и 16 км приблизительно составляет 1700 с. Это значение существенно выше удельного импульса, характерного для ПВРД на обычном горении (1200–1500 с) и существенно ниже, чем значение удельного импульса, полученное для атмосферных условий на уровне моря при нулевой скорости полета (~2500 с) [12].

Работа выполнена в рамках государственного контракта №П502 по федеральной целевой программе “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. и при частичной поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 08-08-00068).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я.Б. // ЖТФ. 1940. Т. 10. № 17. С. 1453.
2. Bussing T., Pappas G. // Progress in astronautics and aeronautics series / Eds. Murthy S.N.B., Curran E.T. Washington, DC: AIAA Inc; 1996. P. 165.
3. Фролов С.М. Импульсные детонационные двигатели. М.: Торус Пресс, 2006. С. 19.
4. Kailasanath K. // AIAA J. 2000. V. 38. № 9. P. 1698.
5. Roy G.D., Frolov S.M., Borisov A.A., Netzer D.W. // Progr. in Energy and Combust. Sci. 2004. V. 30. Issue 6. P. 545.
6. Borisov A.A. // Gaseous and heterogeneous detonations: science to applications / Eds. Roy G.D., Frolov S.M., Kailasanath K., Smirnov N.N. М.: Enas Publ, 1999. P. 3.
7. Фролов С.М. // Хим. физика. 2008. Т. 27. № 6. С. 31.

8. *Smirnov N.N., Nikitin V.F., Boichenko A.P., Tyurnikov M.V., Baskakov V.V.* // Gaseous and heterogeneous detonations: science to applications / Eds. Roy G.D., Frolov S.M., Kailasanath K., Smirnov N.N. M.: Enas Publ, 1999. P. 65.
9. *Oran E., Gamezo V.* // Combust. and Flame. 2007. V. 148. P. 5.
10. *Oran E., Gamezo V.* // Combust. and Flame. 2010. V. 157. P. 2063.
11. *Liberman M.A., Ivanov M.F., Kiverin A.D. et al.* // Acta Astronautica. 2010. V. 67. Issue 7-8. P. 688.
12. *Frolov S.M., Ivanov V.S.* // Deflagrative and Detonative Combust / Eds. Roy G.D., Frolov S.M. Moscow: Torus Press, 2010. P. 133.
13. *Ремеев Н.Х., Власенко В.В., Хакимов Р.А.* // Импульсные детонационные двигатели / Под ред. Фролова С.М. М.: Торус Пресс, 2006. С. 311.
14. *Либби П.А., Вильямс Ф.А.* Турбулентные течения реагирующих газов. М.: Мир, 1983. С. 13. (*Libby P.A., Williams F.A.* // Turbulent reacting flows. N.Y.: Springer, 1980.)
15. *Pope S.B.* // Proc. Comb. Inst. France: University of Orleans, 1990. V. 23. P. 591.
16. *Frolov S.M., Basevich V.Ya., Neuhaus M.G., Tatshl R.* // Advanced Computation and Analysis of Combustion / Eds. Roy G., Frolov S., Givi P. ENAS Publ., 1997. P. 537.
17. *Щелкин К.И.* Быстрое горение и спиновая детонация газов. М.: Воениздат, 1949.
18. *Беляев А.А., Басевич В.Я., Фролов Ф.С., Фролов С.М. и др.* // Горение и взрыв / Под ред. Фролова С.М. Вып. 3. М.: Торус Пресс, 2010. С. 30.
19. *Басевич В.Я., Фролов С.М.* // Хим. физика. 2006. Т. 25. № 6. С. 54.
20. *Иванов В.С., Фролов С.М.* // Пожаровзрывобезопасность. 2010. Т. 19. № 1. С. 14.